

受 験 専門科目名	応用数学	この科目について (2)枚のうち(1)枚目
--------------	------	------------------------------

〔問題1〕微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} + p(x)\frac{dy}{dx} + q(x)y = 0$$

の異なる基本解 $y_1(x)$ 、 $y_2(x)$ に対して、 x の関数行列式 $W(x)$ を以下の様に定義する。

$$W(x) = \det \begin{pmatrix} y_1(x) & y_2(x) \\ y_1'(x) & y_2'(x) \end{pmatrix}$$

ただし $p(x)$ 、 $q(x)$ は既知の関数である。

(1) 以下の式を証明せよ。

$$\frac{d}{dx}W(x) = -p(x)W(x)$$

(2) $p(x) = x$ であり、また $W(0) = 1$ であるものとして、関数 $W(x)$ を x の式で表し、これを O - xy 平面上に図示せよ。

〔問題2〕 x 、 y を実数とする。 x 、 y の関数 f および h がそれぞれ

$$f(x, y) = x^4 + x^2y^2 + y^4 - 12, \quad h(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y}$$

で与えられるとき、

(1) $h(x, y)$ を x 、 y の式で表せ。

(2) $h(x, y) = 0$ が成り立つとき x 、 y が満たすべき条件を求めよ。

(3) $h(x, y) = 0$ が成り立つとき $f(x, y) = 0$ を満たす x 、 y を求めよ。

受 験 専門科目名	応用数学	この科目について (2)枚のうち(2)枚目
--------------	------	------------------------------

〔問題3〕以下の問いに答えよ。

- (1) 関数 $y = e^{2x}$ をマクローリン展開せよ。また収束半径を求めよ。
- (2) $x = 0.1$ に対する関数 $y = e^{2x}$ の値を有効数字4桁で答えよ。

〔問題4〕ラプラス変換を用いて、次の微分方程式を解け。

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + y(t) = 2e^t$$

ただし初期条件 $y(0) = 0$, $\left. \frac{dy(t)}{dt} \right|_{t=0} = 1$ が与えられているものとする。

ラプラス変換表および公式

$f(t) = L^{-1}[F(s)]$	$F(s) = L[f(t)]$
1	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
$\frac{df(t)}{dt}$	$sF(s) - f(0)$
$\frac{d^2 f(t)}{dt^2}$	$s^2 F(s) - sf(0) - \left. \frac{df(t)}{dt} \right _{t=0}$

$f(t) = L^{-1}[F(s)]$	$F(s) = L[f(t)]$
te^{at}	$\frac{1}{(s-a)^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$e^{at} \cos \omega t$	$\frac{s-a}{(s-a)^2 + \omega^2}$
$e^{at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s-a)^2 + \omega^2}$