

|              |      |                              |
|--------------|------|------------------------------|
| 受 験<br>専門科目名 | 応用数学 | この科目について<br>( 2 )枚のうち( 1 )枚目 |
|--------------|------|------------------------------|

## [問題1] 微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} + p(x)\frac{dy}{dx} + q(x)y = 0$$

の異なる基本解  $y_1(x)$ 、 $y_2(x)$  に対して、 $x$  の関数行列式  $W(x)$  を以下の様に定義する。

$$W(x) = \det \begin{pmatrix} y_1(x) & y_2(x) \\ y_1'(x) & y_2'(x) \end{pmatrix}$$

ただし  $p(x)$ 、 $q(x)$  は既知の関数である。

(1) 以下の式を証明せよ。

$$\frac{d}{dx}W(x) = -p(x)W(x)$$

(2)  $p(x) = x$  であり、また  $W(0) = 1$  であるものとして、関数  $W(x)$  を  $x$  の式で表し、これを  $O-xy$  平面上に図示せよ。

[問題2]  $x$ 、 $y$  を実数とする。 $x$ 、 $y$  の関数  $f$  および  $h$  がそれぞれ

$$f(x, y) = x^4 + x^2y^2 + y^4 - 12, \quad h(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y}$$

で与えられるとき、

(1)  $h(x, y)$  を  $x$ 、 $y$  の式で表せ。

(2)  $h(x, y) = 0$  が成り立つとき  $x$ 、 $y$  が満たすべき条件を求めよ。

(3)  $h(x, y) = 0$  が成り立つとき  $f(x, y) = 0$  を満たす  $x$ 、 $y$  を求めよ。

|              |      |                              |
|--------------|------|------------------------------|
| 受 験<br>専門科目名 | 応用数学 | この科目について<br>( 2 )枚のうち( 2 )枚目 |
|--------------|------|------------------------------|

〔問題3〕以下の問いに答えよ。

- (1) 関数  $y = e^{2x}$  をマクローリン展開せよ。また収束半径を求めよ。
- (2)  $x = 0.1$  に対する関数  $y = e^{2x}$  の値を有効数字4桁で答えよ。

〔問題4〕ラプラス変換を用いて、次の微分方程式を解け。

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + y(t) = 2e^t$$

ただし初期条件  $y(0) = 0$ ,  $\left. \frac{dy(t)}{dt} \right|_{t=0} = 1$  が与えられているものとする。

ラプラス変換表および公式

| $f(t) = L^{-1}[F(s)]$   | $F(s) = L[f(t)]$                                           |
|-------------------------|------------------------------------------------------------|
| 1                       | $\frac{1}{s}$                                              |
| $t$                     | $\frac{1}{s^2}$                                            |
| $e^{at}$                | $\frac{1}{s-a}$                                            |
| $\frac{df(t)}{dt}$      | $sF(s) - f(0)$                                             |
| $\frac{d^2 f(t)}{dt^2}$ | $s^2 F(s) - sf(0) - \left. \frac{df(t)}{dt} \right _{t=0}$ |

| $f(t) = L^{-1}[F(s)]$  | $F(s) = L[f(t)]$                    |
|------------------------|-------------------------------------|
| $te^{at}$              | $\frac{1}{(s-a)^2}$                 |
| $\cos \omega t$        | $\frac{s}{s^2 + \omega^2}$          |
| $\sin \omega t$        | $\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$     |
| $e^{at} \cos \omega t$ | $\frac{s-a}{(s-a)^2 + \omega^2}$    |
| $e^{at} \sin \omega t$ | $\frac{\omega}{(s-a)^2 + \omega^2}$ |

**【出題意図：応用数学】**

生命農学において必要とされる応用数学の基礎的知識を問う。主たる範囲は、線形常微分方程式、マクローリン展開とテーラー展開、ラプラス変換、行列と行列式、フーリエ級数など。これらに関連する微分積分学、線形代数学の基礎的知識の習得が前提である。